

Számhalmazok (Číselné množiny)

két bináris művelet – összeadás $\oplus$ és szorzás $\otimes$

az kivonást kifejezhetjük összeadással: hozzáadjuk a szám ellentettjét

az osztást kifejezhetjük szorzással: az osztó reciprokával szorzunk

1. Természetes számok (prirodzené čísla) $\mathbb{N}$ – naturalis (lat.: természetes)

$\forall a; b; c \in \mathbb{N}$

$\oplus$

$$a + b = b + a$$

kommutatív

$$(a + b) + c = a + (b + c)$$

asszociatív

$\otimes$

$$a \cdot b = b \cdot a$$

kommutatív

$$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$$

asszociatív

$$\exists 1: a \cdot 1 = a$$

(multiplikatív) neutrális elem (a szorzásra nézve)

$(\oplus; \otimes)$

$$(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$$

a $\otimes$ disztributív az $\oplus$ -ra nézve

$\rightarrow$ beszorzás; $\leftarrow$ kiemelés

de: $\exists a - b \notin \mathbb{N}$

2. Egész számok (celé čísla) $\mathbb{Z}$ – Zahlen (ném.: számok)

minden következő, bővebb számhalmaz örökli az előző számhalmazok összes tulajdonságát

$\forall a; b; c \in \mathbb{Z}$

$\oplus$

kommutatív, asszociatív

$$\exists 0: a + 0 = a$$

(additív) neutrális elem (az összeadásra nézve)

$$\exists -a: a + (-a) = 0$$

(additív) inverz elem (az összeadásra nézve)

(ellentett szám)

$\otimes$

K; A; N.E.

$(\oplus; \otimes)$

disztributív

de: $\exists a : b \notin \mathbb{Z}$

3. Racionális számok (racionalne čísla) $\mathbb{Q}$ – quotiens (lat.: hányszor?)

$\forall a; b; c \in \mathbb{Q}$

$\oplus$

K; A; N.E.; I.E.

$\otimes$

K; A; N.E.

$$\exists \frac{1}{a}: a \cdot \frac{1}{a} = 1$$

(multiplikatív) inverz elem (a szorzásra nézve)

(reciprok érték)

$(\oplus; \otimes)$

D

műveletek törtekkel:

$$\frac{a}{b} = \frac{ac}{bc}, \forall c \neq 0$$

$\rightarrow$ tört bővítése; $\leftarrow$ tört egyszerűsítése

$$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{ad \pm cb}{bd}$$

összeg és különbség: közös nevező – a legkisebb közös többszörös

$$c \cdot \frac{a}{b} = \frac{a}{b} \cdot c = \frac{ca}{b}$$

szorzat

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$$

$$c:\frac{a}{b} = c \cdot \frac{b}{a} = \frac{cb}{a} \quad \text{hányados}$$

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$$

de: $\exists \sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$

4. Irracionális számok (iracionálne čísla) $\mathbb{Q}'$ ($\mathbb{Q}^*$)

a, véges tizedes tört

$$1,574 = \frac{1574}{1000} \Rightarrow \text{racionalis } (\in \mathbb{Q})$$

b, végtelen, szakaszosan ismétlődő tizedes tört (szakaszos/periodikus)

$$\begin{array}{rcl} 1, \overline{574} & = & x \quad \quad \quad / \cdot 1\,000 \\ \underline{1574, \overline{574}} & = & 1\,000x \quad \quad / \text{II.} - \text{I.} \\ 1573 & = & 999x \quad \quad \quad / : 999 \end{array}$$

$$x = \frac{1573}{999} \Rightarrow \text{racionalis } (\in \mathbb{Q})$$

$$r = \frac{p}{q} = \frac{r \cdot 10^{sz} - r}{10^{sz} - 1}, \text{ ahol sz a szakasz hossza}$$

c, végtelen, nem szakaszos tizedes tört $\in \mathbb{Q}'$

ide tartoznak: gyökmennyiségek, konstansok

$$\text{Pitagorasz-állandó: } \sqrt{2} \doteq 1,414\,213\,562$$

$$\text{Theodorus-állandó: } \sqrt{3} \doteq 1,732\,050\,807$$

$$\text{az aranymetszés aránya: } \varphi \doteq 1,618\,033\,988$$

$$\text{Ludolph-féle szám: } \pi \doteq 3,141\,592\,653$$

$$\text{Euler-féle szám (Napier-állandó): } e \doteq 2,718\,281\,828$$

5. Valós számok (reálne čísla) $\mathbb{R}$ – realis (lat.: valós)

$\forall a; b; c; d \in \mathbb{R}$

$\oplus$

$$a + b = b + a$$

kommutatív

$$(a + b) + c = a + (b + c)$$

asszociatív

$$\exists 0: a + 0 = a$$

neutrális elem

$$\exists -a: a + (-a) = 0$$

inverz elem

$\otimes$

$$a \cdot b = b \cdot a$$

kommutatív

$$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$$

asszociatív

$$\exists 1: a \cdot 1 = a$$

neutrális elem

$$\exists \frac{1}{a}: a \cdot \frac{1}{a} = 1$$

inverz elem

$(\oplus; \otimes)$

$$(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$$

a $\otimes$ disztributív az $\oplus$ -ra nézve

$$\text{T. } a \cdot b = 0 \Rightarrow a = 0 \vee b = 0$$

magasabb fokú egyenletek megoldása szorzattá bontással

$$a = b \Rightarrow a + c = b + c$$

számok és tagok átvitele egyenletekben (ekvivalens átalakítások)

$$\forall c \neq 0: a = b \Rightarrow a \cdot c = b \cdot c$$

törtek és együtthatók eltüntetése egyenletekben (E.Á.)

$$a = b \wedge c = d \Rightarrow a + c = b + d$$

egyenletek összevonása egyenletrendszereknél

$$\text{T. } a \cdot b > 0 \Rightarrow (a > 0 \wedge b > 0) \vee (a < 0 \wedge b < 0)$$

magasabb fokú egyenlőtlenségek megoldása szorzattá bontással

$$a \cdot b < 0 \Rightarrow (a > 0 \wedge b < 0) \vee (a < 0 \wedge b > 0)$$

magasabb fokú egyenlőtlenségek megoldása szorzattá bontással

$$a > b \Rightarrow a + c > b + c$$

vagy törtekifejezést tartalmazó egyenlőtlenségben

$$\forall c > 0: a > b \Rightarrow a \cdot c > b \cdot c$$

számok és tagok átvitele egyenlőtlenségekben (E.Á.)

$$\forall c < 0: a > b \Rightarrow a \cdot c < b \cdot c$$

törtek és együtthatók eltüntetése egyenlőtlenségekben

$$a > b \wedge c > d \Rightarrow a + c > b + d$$

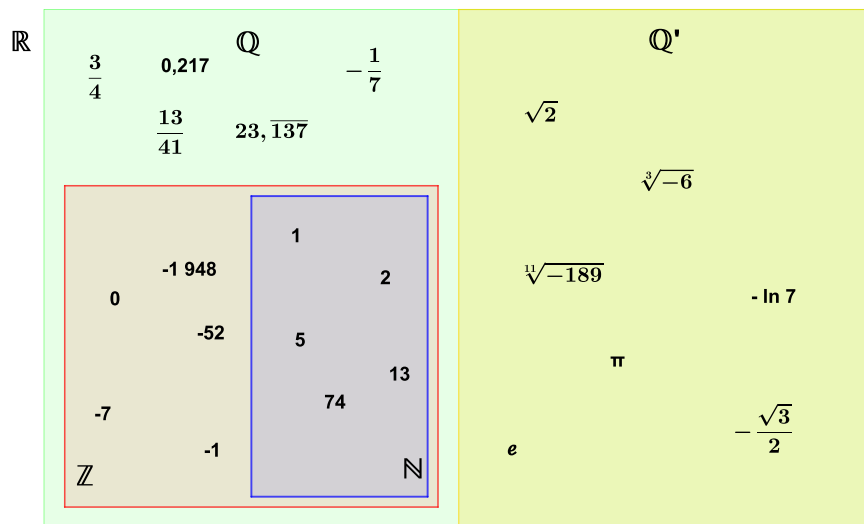
egyenlőtlenségek összevonása egyenlőtlenség-rendszereknél

$$\text{T. } a^2 \geq 0 \wedge a \neq 0 \Rightarrow a^2 > 0$$

egyenlőtlenségek összevonása egyenlőtlenség-rendszereknél

$$\text{T. } a^2 \geq 0 \wedge a \neq 0 \Rightarrow a^2 > 0$$

a számok négyzete pozitív szám (kivétel a 0)



de: $\exists \sqrt{-1} \notin \mathbb{R}$

szükségünk van egy bővebb számhalmazra, ahol ezt az egyenletet is meg lehet oldani $\Rightarrow$ komplex számok $\mathbb{C}$