

Algebrai kifejezés (Algebrický výraz)

D. Az **algebrai kifejezés** legalább egy ismeretlent (betű) tartalmaz.

ezen kívül **tartalmazhat**:

- számokat
- matematikai műveleteket (összeg, különbség, szorzat, hányados, hatvány, gyök)
- konstansokat (π , e , ...)
- zárójeleket – megváltoztatják a műveletek sorrendjét (prioritás)

a kifejezéseket több szempontból osztályozhatjuk illetve nevezhetjük meg

a, **a változók száma** szerint: egyismeretlenes, kétismeretlenes, háromismeretlenes, ...

$$2x^2 - 3x;$$

$$5xy^3;$$

$$xy - 4y^4z^3 + 7xz + xyz$$

D. Egy kifejezésben a **tagokat** (*členy*) + és – jelek választják el.

D. A számot, mely a változót/változókat szorozza (előjelestül), a tag **együtthatója**nak (koefficiens) nevezzük.

M. Az egyes tagokban a változókat abc sorrendbe kellene rendeznünk és az együtthatót pedig legelső tényezőként írni.

b, **a tagok száma** szerint: egytagú, kéttagú, háromtagú, ...

$$3xy;$$

$$2x^2 - xy;$$

$$-a + 2ab - 7b^2$$

többtagú kifejezés – **polinom** (*mnonočlen*) – ha nem akarjuk hangsúlyoznia a tagok számát, ezt az általános elnevezést használjuk

c, **a legmagasabb hatványkitevő** szerint (csak az egyismeretleneseket): elsőfokú – lineáris (lineárny), másodfokú (kvadratický), harmadfokú (kubický), ...

$$7x + 5;$$

$$3x^2 - 2x + 4;$$

$$-x^3 + 3x;$$

$$6x^9 - 5x^6 - 4x^4 + 7$$

M. A tagokat hatványkitevő szerint kellene rendeznünk – a legmagasabbtól a legalacsonyabbig (ha nincs rendezve, nem számít hibának).

főegyüttható (*hlavný koeficient*) – a legmagasabb hatványt tartalmazó tag együtthatója

az egyismeretlenes kifejezésekben a tagokat elnevezhetjük az ismeretlen hatványkitevője szerint, illetve együtthatikat is ez alapján

$$6x^9 - \text{kilencedfokú tag} \leftrightarrow 6 - \text{a kilencedfokú tag együtthatója}$$

$$-5x^6 - \text{hatodfokú tag} \leftrightarrow -5 - \text{a hatodfokú tag együtthatója}$$

$$-x^3 - \text{harmadfokú tag} \leftrightarrow -1 - \text{a harmadfokú tag együtthatója}$$

$$3x^2 - \text{másodfokú tag} \leftrightarrow 3 - \text{a másodfokú tag együtthatója}$$

$$7x - \text{elsőfokú tag} \leftrightarrow 7 - \text{a elsőfokú tag együtthatója}$$

$$5 - \text{konstans tag}$$

T. Csak azokat a tagokat vonhatjuk össze, melyek ugyanazon ismeretlenek azonos hatványát tartalmazzák.

Vonjuk össze:

$$a, 12x + (7y - 3x) + 6x$$

$$b, (4b^2 - 5ab + 4a^2) - (2a^2 - 7ab + 2b^2) - (8b^2 - 6a^2)$$

$$12x + (7y - 3x) + 6x = 12x + 7y - 3x + 6x = 15x + 7y$$

$$(4b^2 - 5ab + 4a^2) - (2a^2 - 7ab + 2b^2) - (8b^2 - 6a^2) = 4b^2 - 5ab + 4a^2 - 2a^2 + 7ab - 2b^2 - 8b^2 + 6a^2 = 8a^2 + 2ab - 6b^2$$

Egytagú kifejezés szorzása többtaggal – a többtagú kifejezés minden tagját megszorozzuk az egytaggal

M. A szorzáskor keletkező tagok száma megegyezik a többtagú kifejezés tagjainak számával.

$$7x^3y^2(2x^4y^2 - 3x^3y^3 + 5xy^3) = 7x^3y^2 \cdot 2x^4y^2 + 7x^3y^2 \cdot (-3x^3y^3) + 7x^3y^2 \cdot 5xy^3 = 14x^7y^4 - 21x^6y^5 + 35x^4y^5$$

$$(4a^3b^2 + 2a^2b^3 - 6a^2b^4)3a^4b^3 = 4a^3b^2 \cdot 3a^4b^3 + 2a^2b^3 \cdot 3a^4b^3 - 6a^2b^4 \cdot 3a^4b^3 = 12a^7b^5 + 6a^6b^6 - 18a^6b^7$$

Többszorzás kifejezés szorzása többszorzással – a többszorzás kifejezés minden tagját megszorozzuk a másik többszorzás minden tagjával

M. A beszorzás után keletkezett tagok száma (összevonások előtt) egyenlő a többszorzás kifejezések tagjai számának szorzatával.

$$(5x^3 - 3x^2 + 8x - 6) \cdot (2x + 7) = 5x^3 \cdot 2x + 5x^3 \cdot 7 - 3x^2 \cdot 2x - 3x^2 \cdot 7 + 8x \cdot 2x + 8x \cdot 7 - 6 \cdot 2x - 6 \cdot 7 = 10x^4 + 35x^3 - 6x^3 - 21x^2 + 16x^2 + 56x - 12x - 42 = 10x^4 + 29x^3 - 5x^2 + 44x - 42$$

Többszorzás kifejezés osztása eggyel – a többszorzás kifejezés minden tagját elosztjuk az eggyel

M. Ne felejtjük el bebiztosítani, hogy ne osszunk nullával → feltételt szabni.

$$(28x^6 - 20x^4 + 12x^3 - 8x^2) : (4x^2) = \frac{28x^6 - 20x^4 + 12x^3 - 8x^2}{4x^2} = \frac{28x^6}{4x^2} - \frac{20x^4}{4x^2} + \frac{12x^3}{4x^2} - \frac{8x^2}{4x^2} = 7x^4 - 5x^2 + 3x - 2$$

$$4x^2 \neq 0 \rightarrow x \neq 0$$

- ha a tag nem osztható az osztóval, törtként írjuk fel tözsalakban

$$(15x^5 + 6x^4 - 12x^3 - 16x + 3) : (3x^3) = 5x^2 + 2x - 4 - \frac{16}{3x^2} + \frac{1}{x^3} \quad 3x^3 \neq 0 \rightarrow x \neq 0$$

Többszorzás kifejezés osztása többszorzással

- először az osztandót és az osztót is sorba rendezzük kitevő szerint
- mindig az osztandó legmagasabb hatványú tagját osztjuk az osztó legmagasabb hatványú tagjával
- a hányadost leírjuk és visszaszorozzuk az osztóval – a keletkezett tagokat az osztó megfelelő hatványú tagja alá írjuk
- ezek után kivonjuk a megfelelő tagokat és folytatjuk a következő osztással

$$(7x^2 - 14x^3 + 12x^4 - 23x + 14) : (3x - 2) = \quad 3x - 2 \neq 0 \rightarrow x \neq \frac{2}{3}$$

$$\begin{array}{r} (12x^4 - 14x^3 + 7x^2 - 23x + 14) : (3x - 2) = 4x^3 - 2x^2 + x - 7 \\ -(12x^4 - 8x^3) \\ \hline 0 - 6x^3 + 7x^2 \\ -(-6x^3 + 4x^2) \\ \hline 0 + 3x^2 - 23x \\ -(3x^2 - 2x) \\ \hline 0 - 21x + 14 \\ -(-21x + 14) \\ \hline 0 \quad 0 \end{array}$$

M. Osztásunk eredményét visszaszorzással ellenőrizhetjük – az eredeti osztót kellene megkapnunk.

- ha osztáskor maradékot kapunk, két lehetőségünk van

$$(5x^3 - 3x^2 + 9x + 7) : (x + 3) = 5x^2 - 18x + 63 \quad x + 3 \neq 0 \rightarrow x \neq -3$$

$$\begin{array}{r} (5x^3 - 3x^2 + 9x + 7) : (x + 3) = 5x^2 - 18x + 63 \\ -(5x^3 + 15x^2) \\ \hline 0 - 18x^2 + 9x \\ -(-18x^2 - 54x) \\ \hline 0 + 63x + 7 \\ -(63x + 183) \\ \hline 0 - 176 \end{array}$$

a, azt mondjuk, hogy az $5x^3 - 3x^2 + 9x + 7$ (osztandó) kifejezés az $x + 3$ (osztó) kifejezést $5x^2 - 18x + 63$ -szor tartalmazza (részleges hányados) a **maradék pedig -176** alebo

b, a maradékot a hányados után írjuk törtkifejezés alakjában, aminek a nevezője az osztó:

$$(5x^3 - 3x^2 + 9x + 7) : (x + 3) = 5x^2 - 18x + 63 - \frac{176}{x+3}$$

Vonjuk össze:

$$a, \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{3}y^3 + \frac{2}{5}x^2 + y^3 - 2x^2$$

$$c, 3,89a + 0,11a - 2,5a - b - a + 1,5b$$

$$e, \frac{4}{5}xy - \frac{2}{3}xyz + \frac{2}{5}xyz + 0,3xy$$

$$b, 3ab - 4a^2b + 7ab - 2a^2b + 5ab - a^2b$$

$$d, \frac{1}{2}a^2b + \frac{2}{3}ab^2 - a^2b - \frac{1}{5}ab^2 + 2a^2b$$

$$f, 0,75p^2qr - 0,5pq^2r - 1,2p^2qr + 1,3pq^2r - pqr$$

Szorozzuk be:

$$a, 3 \cdot (a - 2b + 5c)$$

$$c, 3x^2 \cdot (2x + 4x^2y - xy^3)$$

$$e, (4x^3y^7 - 6x^6y^3 - 7x^2y + xy^5) \cdot 15x^4y^3$$

$$g, 1 \frac{3}{4}x^5 \cdot \left(0,8x^3 - \frac{1}{3}x^2 + 1,5x\right)$$

$$b, x \cdot (x^4 - x^3 + x)$$

$$d, 5xy^2 \cdot (2x^3y + 3x^2y^4 - 5x^5y^2)$$

$$f, \left(\frac{2}{3}x^2 - \frac{4}{5}x + \frac{3}{2}\right) \cdot \frac{5}{4}x^2$$

$$h, \frac{3}{4}x^5y^6 \left(0,2x^7y^2 - \frac{5}{6}x^3y^5 + 3,6xy^2\right)$$

Számítsuk ki:

$$a, (a + b)(c + d)$$

$$b, (a - b)(c - d)$$

$$c, (a + 2)(a + 3)$$

$$d, (2x - 1)(5 - 3x)$$

$$e, (3x + 2y)(2x + 3y)$$

$$f, (3a^2 - 2b)(2a^2 + 3b)$$

$$g, (3ab - 4a^2)(5a + 2b)$$

Számítsuk ki:

$$a, (x - 2)(x + 3) + (x + 2)(x - 3)$$

$$c, (4b^2 + 2a^2 - 4ab)(2a^2 + 3ab - 3b^2)$$

$$e, (x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1)(x^2 - 1)$$

$$b, (a - 3)(a + 4) - (a - 2)(a + 5)$$

$$d, (x - a)(x - b)(x - c)$$

$$f, (a - b + c)(a + b - c)(-a + b + c)$$