

Obvod a obsah rovinných útvarov

Z topologického hľadiska bod môže byť **vnútorný**, **hraničný** a **vonkajší** vzhľadom na nejaký rovinný útvar.

D. Bod je **vnútorný**, ak môžeme nájsť taký polomer r , že kruh so stredom v bode a polomerom r celý leží vo vnútri útvaru.

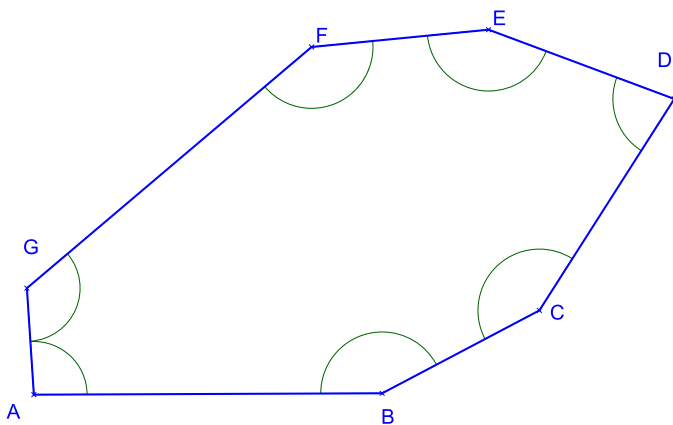
D. Bod je **hraničný**, ak kruh so stredom v bode s ľubovoľným polomerom vždy má časť vo vnútri útvaru a časť mimo.

D. Bod je **vonkajší**, ak môžeme nájsť taký polomer r , že kruh so stredom v bode a polomerom r celý leží mimo útvaru.

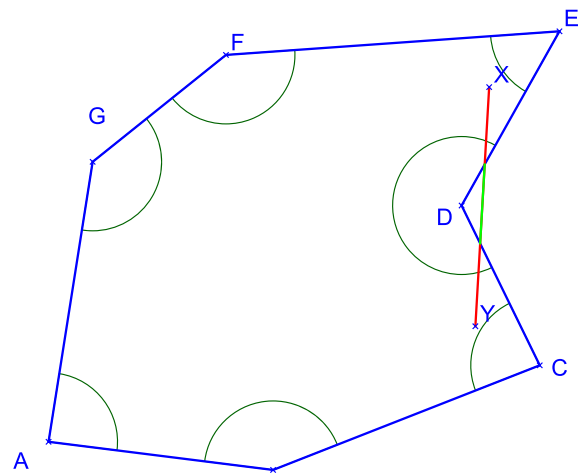
P. Súhrn vnútorných bodov tvorí vnútro útvaru, súhrn hraničných bodov tvorí hranicu útvaru.

D. Rovinný útvar je **konvexný**, ak spojnica ľubovoľných dvoch vnútorných bodov útvaru obsahuje iba vnútorné body (celá ide vo vnútri útvaru) – ak útvar je ohraničený stranami (mnohouholník), potom všetky vnútorné uhly má menšie ako 180° .

D. Rovinný útvar je **konkávny**, ak môžeme nájsť takú dvojicu vnútorných bodov útvaru, že spojnica bodov obsahuje aj vonkajšie body (časť spojnice ide mimo útvaru) – ak útvar je ohraničený stranami, potom aspoň jeden vnútorný uhol má väčší ako 180° .



konvexný



konkávny

D. Obvod je dĺžka hranice rovinného útvaru (dĺžok strán a kriviek).

D. Obsah je funkcia, ktorá je definovaná na množine všetkých rovinných útvarov, ku každému pridá jedno reálne číslo, a spĺňa nasledujúce kritériá:

a, $\forall U \in \mathcal{U}: S(U) \geq 0$

obsah ľubovoľného útvaru je nezáporná hodnota

b, $\forall U_1; U_2 \in \mathcal{U}: U_1 \cong U_2 \Rightarrow S(U_1) = S(U_2)$

obsah zhodných útvarov je rovnaký

c, $\forall U \in \mathcal{U}: U = U_1 \cup U_2 \wedge U_1 \text{ a } U_2 \text{ nemajú spoločné vnútorné body} \Rightarrow S(U) = S(U_1) + S(U_2)$

ak útvar rozdelíme na časti bez spoločných vnútorných bodov, obsah útvaru sa rovná súčtu obsahov častí

d, štvorec so stranou 1 má obsah 1

normalizácia (normovanie) – určenie obsahu konkrétného rovinného útvaru

P. Ako určiť obsah ľubovoľného rovinného útvaru?

rozdelíme útvar na malé štvorce:

dolný súčet (koľko štvorcov sa zmestí do útvaru): maximálny počet štvorcov bez spoločných vnútorných bodov; pričom body štvorcov sú vnútornými a hraničnými bodmi útvaru

horný súčet (do koľkých štvorcov sa zmestí útvar): minimálny počet štvorcov bez spoločných vnútorných bodov; pričom každý štvorec má aspoň jeden spoločný bod s útvarom

ak zmenšíme jednotku, tie dve hodnoty sa blížia k sebe – čím menšiu jednotku si zvolíme (1 cm; 1 mm; 1 μ m; ...), tým bližšie sa dostanú tie dva súčty k sebe

ak vtom pokračujeme, dolný a horný súčet sa po nejakom čase budú rovnať

táto hodnota je ten hľadaný obsah v tých zvolených jednotkách štvorcových